

文章编号:1000-8055(2011)02-0310-05

基于壁面射流理论的直通篦齿透气效应的修正

纪国剑¹, 吉洪湖², 王政伟¹

(1. 常州大学 机械与能源工程学院, 常州 213016;
2. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 分析和归纳了几种直通篦齿泄漏量工程算法的特点,在自由射流理论 Vermes 算法的基础上考虑壁面效应即运用二维壁面射流理论推导了直通篦齿透气效应残余动能因子,并与 Vermes 算法和数值模拟计算结果进行了对比.结果表明:篦齿腔内的射流流动为典型的壁面射流扩散过程,主流流速分布具有自相似性;采用二维壁面射流理论计算得到残余动能因子略高于数值模拟,计算精度较 Vermes 算法有很大提高.

关键词: 直通篦齿; 泄漏量; 自由射流; 壁面射流; 残余动能因子

中图分类号: V231.1

文献标识码: A

Correction the relatively amount of kinetic energy of straight through labyrinth seal based on the wall jet theory

JI Guo-jian¹, JI Hong-hu², WANG Zheng-wei¹

(1. College of Mechanical and Energy Engineering,
Changzhou University, Changzhou 213016, China;

2. College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the analysis and summary the some leakage calculation methods characteristics and flow process on the straight through labyrinth seals, the relatively amount of kinetic energy being carried from throttling into the next was considered by use of the theory of two-dimensional (2-D) wall jet and compared with the Vermes method and numerical simulation. The result is that the jet flow in labyrinth cavities has the similar basic characteristics of two-dimensional wall jet flow such as the self-similar distribution of main-stream velocity; an empirical formula developed based on the 2-D wall jet theory is better than that based on the free jet theory and little higher than numerical simulation.

Key words: straight through labyrinth; leakage; free jet; wall jet;
relatively amount of kinetic energy

篦齿封严是一种利用齿尖节流和齿腔涡流作用来增加流阻以控制流量的非接触式封严结构。

直通篦齿有较高的透气效应,即流体经前一节篦齿节流加速后,流体的动能在其后的齿腔内未完全转化为热能而耗散,流体仍保持较高的流速直接进入下一节篦齿,这对封严不利,需要在预

估泄漏量时加以考虑。

早期,对篦齿封严的研究主要基于篦齿内流动过程的热力学分析,采用热力学理论分析和实验方法,推导计算篦齿封严泄漏量.这样的方法有很多,概括起来分为两类,即“理论计算”法和“实际计算”法.前者单纯结合一些热力学过程对泄漏

收稿日期:2010-08-15; 修订日期:2010-11-30

作者简介:纪国剑(1980—),男,江苏镇江人,讲师,博士,主要从事动态密封和余热利用方面的研究。

量的计算进行推导,如 Martin^[1] 计算方法和 Stodola 计算方法^[2],后者大多首先由热力学的一些理想过程推导出对应的计算关系式,然后由实验或经验数据对流量系数进行修正,如 Egli^[3] 计算方法和 Vermes^[4] 计算方法等。

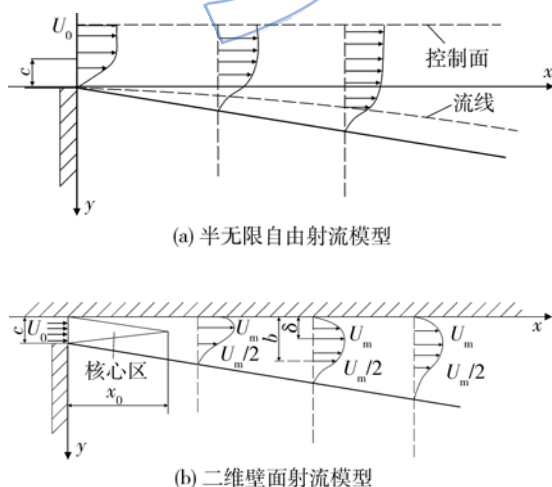
流体经节流后射入齿腔的流动过程为典型射流扩散过程,以往学者 Vermes^[4], Demko 等^[5] 忽略衬套壁面效应,运用自由射流理论分析了射流的扩散特性并推导出泄漏量方程,用于篦齿泄漏量的预估。

对直通齿而言, Scharrer^[6] 预测了衬套壁面的剪应力,他认为壁面附面层对轴向射流的流动影响很大,一般不可忽略。作者首先分析了篦齿腔内的射流扩散特性,随后基于二维(2-D)壁面射流边界层理论推导直通篦齿透气效应残余动能因子,并与 Vermes 和计算流体动力学(CFD)模拟结果进行了比较。

1 物理模型及理论

1.1 二维壁面射流理论

早期 Vermes^[4] 和 Wilcox^[7] 在分析齿腔射流扩散特性时都采用了半无限自由射流模型,如图 1(a)所示。但是由于节流间隙较小,篦齿齿尖射流的扩散还受封严衬套壁面的影响,此时壁面流体附面层对主流区射流影响较大。图 1(b)为二维壁面射流起始段的流动模型,由图可见射流的流速分布分为三层^[8]。



U_0 节流速度; x_0 核心区长度; U_m 最大速度;

δ 附面层厚度; b 速度为 $U_m/2$ 时的厚度

图1 二维壁面射流起始段的流动模型

Fig. 1 Flow model of initial section of 2-D wall jet

1) 湍流附面层

$$0 < y < \delta, \quad U/U_0 = (y/\delta)^{1/4}.$$

2) 贴壁射流核心区, $U = U_0$. 由文献[9]可知 $x_0 = (6.1 \sim 6.7)c$, 而齿腔宽度一般在 $10c$ 以上,当齿腔宽度很小时,射流扩散不明显。

3) 贴壁射流混合边界层,此时流动受齿腔内涡流作用影响,速度分布与二维射流边界层内速度分布规律相同。

1.2 透气效应因子

Egli 于 1937 年把介质通过篦齿的流动视为通过一系列锐边孔口的流动,假设流体通过锐边孔口发生膨胀,并考虑透气效应^[3]. 其计算公式为

$$\dot{m} = AC_d \varphi_n \alpha' \sqrt{p_0/\rho_0} \quad (1)$$

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{1 - (p_n/p_0)^2}{N + (2/k) \ln(p_0/p_n)}} \quad (2)$$

式中 A 为齿尖节流间隙, $A = c\pi D$, C_d 为流量系数, φ_n 为篦齿通流阻力系数, α' 为透气效应修正系数即残余动能因子, $\alpha' = \sqrt{N/N'}$, N 为实际篦齿齿数, N' 为等效的理想篦齿密封齿数, p_0 为篦齿前腔进口总压, p_n 为出口静压。

根据篦齿内部的热力学过程来分析预估篦齿的泄漏量是非常有效的。Zabriskie 等^[9] 假设各节篦齿间的透气效应相同,对 Martin 泄漏量方程进行修正,得到

$$\dot{m} = 5.76 KA \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}} \left[\frac{1 - (p_n/p_0)^2}{N - \ln(p_n/p_0)} \right]^{\frac{1}{2}} (1 - \alpha')^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中常数 K 为 0.67, $(1 - \alpha')^{-\frac{1}{2}}$ 即为透气效应因子,其中 α' 为残余动能因子,其定义是气流到达下节篦齿时的剩余动能与上游篦齿出口处气流动能的比值,表达式如下:

$$\alpha' = \frac{\overline{U_B^2}}{U_0^2} \quad (4)$$

Vermes^[4] 选用 Martin 公式的模型,作了非绝热条件的修正。利用自由射流理论推导了透气效应修正系数,其计算公式为

$$\dot{m} = C_d A \frac{p_0}{(RT_0)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{1 - (p_n/p_0)^2}{N - \ln(p_n/p_0)} \right]^{\frac{1}{2}} (1 - \alpha')^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\alpha' = \frac{8.52}{(B - t)/c + 7.23} \quad (6)$$

式中 C_d 为流量系数, $(1 - \alpha')^{-\frac{1}{2}}$ 项即为透气效应修正项, α' 为透气效应残余动能因子。

由以上分析可知, Egli 着重讨论了篦齿通流阻力系数 φ_n , 反映了篦齿齿尖开口处的形状对泄漏的影响, 把篦齿腔形状对泄漏的影响都归纳在流量系数 C_d 中. Vermes 理论模型比较完善, 把齿尖厚度及齿腔宽度与节流间隙宽度比值的影响归纳到公式中, 但是计算模型没有考虑壁面效应和齿腔涡流作用, 计算精度还有待提高.

1.3 直通篦齿模型

篦齿模型见图2所示, 其中篦齿盘直径 D 为 191.3 mm, 节流间隙宽度 c 和节流间隙长度 t 分别为 0.25 mm 和 0.3 mm. 篦齿为对称直齿, 齿数 N 为 6, 前倾角 α 和后倾角 β 均为 7° , 齿腔深度 H 和宽度 B 分别为 3 mm 和 2.7 mm.

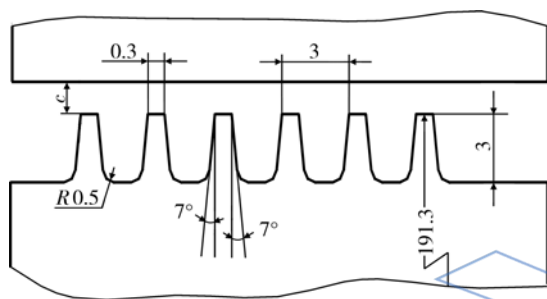


图2 篦齿模型

Fig. 2 Model of the labyrinth seal

1.4 计算紊流模型和边界条件

采用 Fluent 软件数值模拟篦齿流动, 计算域为图2篦齿模型的流体域, 计算网格为非结构化网格. 有关湍流模型和边界条件设置在前期工作中已通过实验验证^[10]. 边界条件设置为: 压力进口, 压力出口. 由于实验条件下, 转速较低时泄漏量基本不变, 故计算时设置齿面为静止绝热壁面, 未考虑转速即切向速度影响. 湍流模型采用重整化群(RNG) $k-\epsilon$ 模型, 近壁处理采用标准壁面函数处理.

2 齿腔流场分析

图3给出了直通齿第一个齿腔内不同轴向长度处的速度分布. 由图可见各轴向长度处的速度分布符合二维壁面射流速度分布, 受壁面附面层的影响, 壁面处流体速度较低, 附面层厚度可达到节流间隙的 $1/3$, 且沿流向其厚度是不断增加的; 由于齿腔宽度较小, 沿流动方向壁面射流扩散程度较低, 流体在进入下一节篦齿时仍保持较高的速度, 这也是直通篦齿透气效应较大的原因所在,

同时由于射流的卷吸作用, 齿腔内形成旋涡, 射流和涡流相互作用, 并在壁面射流混合边界层处壁面射流与齿腔内涡流存在着能量的交换.

图4给出了图3中不同截面处速度的无量纲化曲线, 其中横坐标为各截面速度与该截面处最大速度之比, 即 U/U_m , 纵坐标为 y 与当前截面速度为最大速度一半时宽度之比, 即 $y/y_{b=0.5}$. 由图可见, 贴近壁面区射流流速分布具有自相似性, 离壁面一段距离后, 射流受齿腔涡流作用的影响, 射流流速分布有所变化.

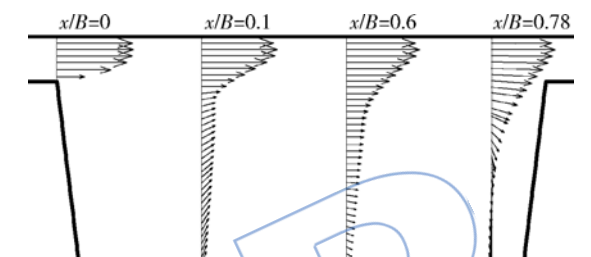


图3 直通齿第一个齿腔内不同截面处的速度分布
Fig. 3 Velocity distributions of different sections in the first cavity of straight through labyrinth seal

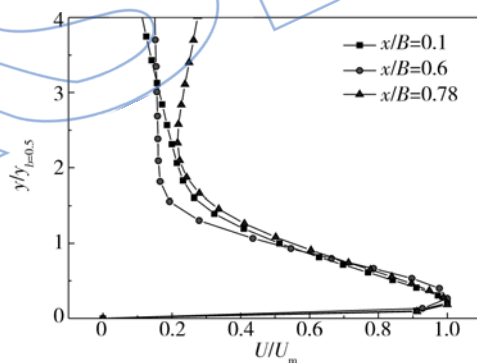


图4 贴壁射流模化流速分布

Fig. 4 Stimulated velocity distributions of different sections

3 残余动能因子修正

为此本文选择二维壁面射流理论分析篦齿内部流动, 以便与齿腔内实际流动吻合. 目前, 国内外学者对二维壁面射流做了大量的数值计算和实验研究, 形成了很多关于速度分布的经验公式, 如下列方程组^[11]给出:

$$U/U_m = 1.48h^{1/7}[1 - \text{erf}(0.68h)]$$

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{3.50}{\sqrt{x/b_0}}$$

$$h = \frac{y}{b}, b = 0.068x \quad (7)$$

式中 h 为无量纲壁面距离尺度, x, y 为对应笛卡儿坐标系, erf 为误差函数, b_0 为射流出口宽度, b 为不同 x 截面处射流宽度. 对篦齿第一个齿腔而言, 如图 5 所示, 射流出口宽度 b_0 即为篦齿节流

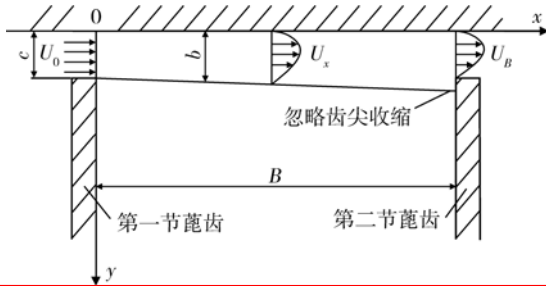


图 5 透气效应因子修正模型

Fig. 5 Model of relatively amount of kinetic energy

间隙宽度 c , 射流轴向最大扩散距离为齿腔宽度 B , 此时忽略齿腔内涡流对射流扩散的影响, 同时假定上游篦齿出口处射流的速度相同为 U_0 .

根据方程组(7)可知, 轴向位置 x 为 B 时, 对应的射流速度分布为

$$U_B = 1.48 \left[\frac{y}{0.068B} \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \left\{ 1 - \text{erf} \left[0.68 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \right] \right\} \cdot \frac{3.50}{\sqrt{B/c}} U_0 \quad y \in (0, c) \quad (8)$$

对式(8)两边平方后沿齿尖节流间隙积分, 可得以下篦齿进口处射流的平均动能:

$$\overline{U_B^2} = \frac{\int_0^c \left\{ 1.48 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \left[1 - \text{erf} \left[0.68 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \right] \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \frac{3.50}{\sqrt{B/c}} U_0 \right\}^2 dy}{c} \quad (9)$$

综合式(7)和式(9)可得

$$\alpha' = \frac{1}{c} \int_0^c \left\{ 1.48 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \cdot \left[1 - \text{erf} \left[0.68 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \right] \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \frac{3.50}{\sqrt{B/c}} \right\}^2 dy \quad (10)$$

式(10)中 $\text{erf}(x)$ 为误差函数, 其定义为 $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-v^2} dv$, 为便于对 e^{-v^2} 积分计算, 首先运用泰勒公式进行展开, 展开时忽略三阶以上表达式, 具体表达式如下:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \left[1 + (-v^2) + \frac{(-v^2)^2}{2!} \right] dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} \right] \quad (11)$$

则式(10)式可表达如下:

$$\alpha' = \frac{1}{c} \int_0^c \left\{ 1.48 \left[\frac{y}{0.068B} \right] \left[1 - \left[\frac{10y}{B} - \left(\frac{10y}{B} \right)^3 + \left(\frac{10y}{B} \right)^5 \right] \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \frac{3.50}{\sqrt{B/c}} dy \right\}^2 \quad (12)$$

对于给定节流间隙和齿腔宽度的篦齿封严结构, 可定量地求得透气效应残余动能因子. 式(13)为航空发动机手册^[12]上残余动能因子计算公式

$$\alpha' = 1 - \left[0.8557 + \left(6.140 - 1.738 \frac{p_n}{p_0} \right) \frac{c}{B} + \left(0.01871 + 0.03689 \frac{p_n}{p_0} \right) N - 0.0009346 N^2 - 1.680 \left[\frac{c}{B} \right]^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

由式(13)可见残余动能因子还与压比和齿数有关. 对于直通齿 L1, 采用 Maple 软件通过式(12)计算可得残余动能因子为 0.604 (当误差函数展开时, 忽略 4 阶、5 阶、6 阶项时, 对应 α' 分别为 0.615、0.607 和 0.612), 表 1 给出了不同计算方法下残余动能因子的计算结果对比.

表 1 不同计算方法下残余动能因子对比

Table 1 Relatively amount of kinetic energy by different calculation methods

	计算方法			
	Vermes	发动机手册	壁面射流	CFD 计算
α'	0.47	0.537	0.604	0.5554
误差/%	-15.4	-3.3	+8.7	0

综上所述, 与 CFD 计算结果相比, 自由射流理论 Vermes 计算泄漏量时, 残余动能因子偏小误差为 15.4%, 航空发动机手册提供的经验公式考虑了更多的影响因素, 如齿数、压比等, 结果与计算吻合较好, 误差为 3.3%, 本文采用二维壁面射流理论计算残余动能因子时误差为 8.7%, 计算精度高于 Vermes 算法, 这是由于在计算时没有考虑射流与齿腔内涡流的相互作用以及下一节篦齿处流体的收缩效应, 造成计算结果偏大, 但在实际使用中更加安全.

4 结 论

1) 齿腔内射流流动为典型的二维壁面射流

扩散过程,贴近壁面区射流流速分布具有自相似性,离壁面一段距离后,射流受齿腔涡流作用的影响,射流流速分布有所变化。

2) 考虑到衬套的壁面效应,运用二维壁面射流理论计算了直通齿的动能残余因子。计算结果与 Vermes 的自由射流理论算法进行了对比,结果表明,Vermes 残余因子偏小,误差为 15.4%,而采用二维壁面射流理论计算泄漏量时,误差为 8.7%,结果更接近数值计算的结果。

参考文献:

- [1] Martin H M. Labyrinth packings[J]. Engineering, 1908, 85:35-36.
- [2] 塔鲁达纳夫斯基 K. 非接触密封[M]. 李均卿,刁元康,译. 北京:机械工业出版社,1986:155-160.
- [3] Egli A. The leakage of gases through narrow channels[J]. Journal of Applied Mechanics, 1937, 4(2):63-68.
- [4] Vermes G. A fluid mechanics approach to the labyrinth seal leakage problem[J]. Journal of Engineering for Power, 1961, 83(2):161-169.
- [5] Demko J A, Morrison G L, Rhode D L. The prediction and measurement of incompressible flow in a labyrinth seal[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1989, 111(4):697-702.
- [6] Scharrer J K. A comparison of experimental and theoretical for labyrinth gas seals[D]. Texas: Texas A & M University, 1987.
- [7] Wilcox D C. Turbulent modeling for CFD[M]. California: DCW Industrie, Inc., 1993.
- [8] 平俊. 射流理论基础及应用[M]. 北京:宇航出版社,1995:201-203.
- [9] Zabriskie W, Sternlight B. Labyrinth-seal leakage analysis[J]. Journal of Basic Engineering, 1959, 81(3):332-340.
- [10] Rajaratnam N. Turbulent jets[M]. Netherlands: Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [11] 纪国剑,吉洪湖. 直通篦齿封严结构压损规律和临界特性的研究[J]. 航空动力学报, 2008, 28(3):415-420.
JI Guojian, JI Honghu. Numerical and experimental investigation of pressure loss and critical sealing characteristics of straight-through labyrinth seals[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 28(3):415-420. (in Chinese)
- [12] 刘大响. 航空发动机设计手册[M]. 北京:航空工业出版社, 2000:300-302.